

Les villes et les fractales, éléments de réponse à C. Tannier et P. Frankhauser

Maxime Forriez^{1,a}

¹ Chercheur – HIGHFI – HF-LAB, 41, boulevard des Capucines, 75 002
Paris

^amaxime.forriez@highfi.net

2 septembre 2019

En complément et en opposition partielle avec la réponse de P. Frankhauser¹ [Frankhauser, 2018] au billet de C. Tannier² [Tannier, 2018], je tiens à apporter ma modeste contribution au débat. À la différence des deux auteurs précédents qui sont spécialisés depuis longtemps dans le champ de la géographie urbaine *via* les méthodes et techniques de l'analyse spatiale, et qui furent tous deux mes enseignants lors de mon master recherche en 2006, mes travaux analysent la fractalité globale observable sur les objets géographiques dans un cadre théorique inédit [Forriez, 2010] [Forriez et al., 2010]. De fait, mon opinion couvre un domaine beaucoup plus large et plus ambitieux de par son extrême généralité. Afin de ne pas digresser, je me contenterai de faire une analyse linéaire du texte de C. Tannier. Néanmoins, ce texte exposera bien une posture scientifique engagée.

1 Réponse à l'affirmation : « Les villes ne sont pas fractales »

C. Tannier écrit que « Les villes ne sont pas fractales ». Cette affirmation est vraie. Aucune forme géographique, et plus généralement aucune forme géométrique observable sur l'interface terrestre n'est fractale en elle-même. C. Tannier pose le vaste problème de la signification de la fractalité d'un objet (géographique).

Il est nécessaire pour déconstruire ses propositions de rappeler ce qu'est une fractale au sens mathématique du terme [Mandelbrot, 1982]. Je la formulerai de manière vulgarisée : « est fractale toute structure mathématique qui se déploie sur plusieurs échelles ». Cette définition simplifiée devrait être plus explicite pour les géographes dont

¹<https://cybergeo.hypotheses.org/257>

²<https://cybergeo.hypotheses.org/209>

l'originalité disciplinaire repose depuis longtemps sur le raisonnement multiscalaire [Racine *et al.*, 1990]. Les échelles, peu importe le sens auquel tel ou tel collègue l'entend, sont un « marqueur disciplinaire » [Lévy et Lussault, 2003] [Watson, 1978]. Dit autrement, les problèmes identifiables entre les niveaux géographiques sont par essence fractals. Par ailleurs, dans une définition, tous les mots comptent ; l'expression « structure mathématique » signifie que l'approche peut être géométrique, analytique, statistique, probabiliste, ensembliste, *etc.*, autant d'aspects qui furent proposés par le père des fractales, B. Mandelbrot (1924-2010) [Mandelbrot, 1975] [Mandelbrot, 1977] [Mandelbrot, 1982] [Mandelbrot, 1997]. Ainsi, la dimension fractale évoquée par C. Tannier ne concerne que l'aspect géométrique des villes et néglige toutes les autres. Par exemple, il est parfaitement possible d'établir la dimension fractale d'une structure temporelle (méthode R/S) [Mignon, 1988, pour une bonne synthèse en sciences humaines :], d'une structure en arborescence, sans utiliser une seule notion géométrique, mais simplement des notions topologiques [Forriez, 2010] [Forriez *et al.*, 2011], *etc.*

Il est complexe de proposer un panorama complet des structures fractales, B. Mandelbrot s'étant lui-même refusé de le faire [Mandelbrot, 1997, p. 55-56], mais, à partir du moment où il existe deux niveaux d'analyse (spatial, territorial, temporel, *etc.*), comme dans le cas des villes, à savoir selon C. Tannier celui des quartiers et celui de l'agglomération entière, automatiquement, par définition, la structure (et non la forme) est de nature fractale. Cela étant, la forme définie par le niveau de détail cartographique finira par intervenir en utilisant soit les bâtiments, soit leur agrégation sous la forme d'une tache urbaine.

À partir de là, les géographes « fractalistes », pour reprendre l'expression de A. Dauphiné [Dauphiné, 2011], doivent accepter que toutes les structures fractales possibles dans la description phénoménologique des villes, ne peuvent être quantifiées, ou sont difficilement quantifiables. En effet, B. Mandelbrot lui-même n'a pas cessé de rappeler que, pour mesurer une dimension fractale, principale mesure du multi-échelle, il fallait un rapport de taille minimal entre la plus petite unité (dans le cadre d'une ville, la taille moyenne d'un bâtiment) et la plus grande unité (dans le cadre d'une ville, l'agglomération de ses bâtiments) variant de 10 000 à 100 000 afin de garantir un sens à la mesure [Mandelbrot, 1977] [Mandelbrot, 1982]. Dans le cas d'un système intra-urbain, surtout au regard de la taille moyenne d'une ville française, il n'est pas étonnant d'observer des dimensions fractales très variables ; les contre-arguments avancés par C. Tannier sont *de facto* simples à trouver, car nombreux furent les collègues qui tombèrent dans le piège au moment de la « fractalomania » des années 1980-1990, y compris ceux qui allaient devenir les plus grands spécialistes de la question en géographie.

Comme le rappelle C. Tannier, la dimension fractale est établie par un rapport de taille, lequel, forcément, fatalement, résulte d'un choix arbitraire, mais les dimensions fractales mesurées et nommées par leur méthode, ne sont pas pour autant invalides et inutilisables [Meentemeyer, 1989]. Il faut juste bien préciser la manière de calculer et l'information extraite de l'objet d'étude [Shelberg *et al.*, 1982] [Shelberg *et al.*, 1983] [Shelberg et Moellering, 1983]. En effet, la dimension fractale joue le même rôle que celui d'une règle graduée lors de la mesure d'une distance ; elle mesure le phénomène scalaire. On peut prendre des « règles différentes » exprimées en pouces, en centimètres.

Tant que l'on précise l'étalon, il est toujours possible d'utiliser la mesure.

Tout cela permet de contre-argumenter la proposition de C. Tannier qui tend à démontrer l'inexistence des formes fractales urbaines par le fait que les dimensions fractales observées et observables sont variables en se basant sur une définition de la ville vue comme une agglomération de bâtiments, et cela bien que la structure fractale soit ici une forme géométrique produite par des processus socio-spatiaux. B. Mandelbrot lui-même n'a pas cessé de répéter que le cas général était celui des multifractales munies d'une dimension fractale $D(\varepsilon)$ variable en fonction de la résolution [Mandelbrot, 1997].

Si C. Tannier établit correctement les deux types de variabilité, sa conclusion est erronée. La première variabilité est que la dimension fractale est localisable dans un espace urbain en fonction des quartiers [Guérois, 2003] [Keersmaecker (de) et al., 2004]. Il est à noter que ces quartiers doivent disposer d'une taille suffisante pour opérer une mesure, appelée « dimension fractale localisée » [Forriez, 2010]. Ces dimensions localisées se distinguent de la dimension fractale de la ville tout entière, baptisée « dimension fractale globale » [Hauchard et al., 1999] [Forriez, 2010]. Au-delà des expressions, les définitions posent un cadre multi-échelle. Ainsi, d'un point de vue mathématique, ce n'est pas une contradiction telle que le souligne C. Tannier. Je vais tenter d'approfondir cette idée.

Comme le rappelle C. Tannier, la principale mesure de la fractalité s'établit en créant une résolution « virtuelle » correspondant généralement à un carré. L'objectif est de recouvrir la totalité de la zone d'étude (ici l'agglomération urbaine, le quartier) avec un pavage composé de carrés de même taille, de même résolution, et de compter les carrés contenant la ou les formes urbaines qui peuvent être des bâtiments, ou plus simplement la tache urbaine [Goodchild, 1980]. Le processus aboutissant à la dimension fractale est un algorithme itératif. On peut créer autant de grilles que l'on veut du moment que l'on respecte la résolution minimale donnée par la carte, ou par une unité spatiale telle que le bâtiment pour les villes, d'où est extraite l'information urbaine et la résolution maximale donnée par le carré enveloppant totalement la zone urbaine considérée. On obtient ainsi plusieurs couples combinant une résolution ε et un nombre de carrés, qui en dépend, $N(\varepsilon)$. Mathématiquement, la dimension fractale $D(\varepsilon)$ par comptage de boîtes carrées vaut :

$$D(\varepsilon) = - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln \varepsilon} \quad (1)$$

Une remarque importante doit être formulée. Contrairement à ce que l'on peut lire ou entendre, dans le cadre d'une fractale réelle, la grille n'a aucune raison d'être dyadique. En effet, les villes restent des objets relativement petits. L'utilisation de grilles carrées s'emboîtant parfaitement rendrait impossible l'établissement d'une quelconque dimension fractale. C'est pour cela que d'autres méthodes plus adaptées à cet objet ont été préconisées [Batty et Longley, 1986] [Longley et Batty, 1989] [Batty et Longley, 1994] [Frankhauser, 1994] [Frankhauser, 1996]. Par ailleurs, le calcul de la dimension fractale par comptage de boîtes carrées connaît d'autres contraintes que je laisserais de côté [Nottale et al., 2012].

Ceci précisé, à quoi correspond l'équation n° 1 ? Mathématiquement, elle peut être

vue comme la pente globale d'une droite statistiquement obtenue par la méthode de régression des moindres carrés, comme le rappelle C. Tannier, et, dans ce cas, il est facile de trouver des diagrammes bilogarithmiques dans la littérature montrant que l'ajustement d'une droite est fantaisiste [Forriez et Martin, 2007] [Forriez et Martin, 2009]. Par contre, cette définition peut correspondre à une dimension fractale locale, renvoyant à la notion mathématique de dérivée et de primitive. L'équation n° 1 s'écrit de manière différentielle :

$$D(\varepsilon) = -\frac{d \ln N(\varepsilon)}{d \ln \varepsilon} \quad (2)$$

Dans ce cadre généraliste, $D(\varepsilon)$ peut être associée tout aussi bien à une constante (objet unifractal ou monofractal) qu'à une fonction qui dépend de la résolution ε (objet multifractal), ce qui matérialise une dépendance d'échelle. La dimension sera constante dans le cas très particulier de l'invariance d'échelle. Lorsque la dimension fractale sera représentée par une fonction explicitement dépendante de la résolution, toutes sortes de cas sont possibles [Nottale, 2001b].

Par ailleurs, l'écriture différentielle de la dimension fractale (éq. 2) permet de mieux comprendre la définition triviale que j'ai rappelée au début de ce point. En effet, $-\frac{d \ln N(\varepsilon)}{d \ln \varepsilon}$ peut s'écrire plus explicitement :

$$-\frac{dN(\varepsilon)}{d\varepsilon} = \frac{N(\varepsilon)}{\varepsilon} D(\varepsilon) \quad (3)$$

Cette nouvelle forme lie un rapport d'échelle $\frac{N(\varepsilon)}{\varepsilon}$ avec un rapport d'échelle élémentaire $\frac{dN(\varepsilon)}{d\varepsilon}$. La dimension fractale $D(\varepsilon)$ permet d'unir les deux pour établir une égalité. L'avantage du calcul de la dimension fractale par comptage de boîtes est que la dimension topologique D_T , présente dans les relations de L. F. Richardson (1881-1953) utilisant la longueur, la surface ou le volume [Richardson, 1961], n'intervient pas.

L'équation n° 3 est apparemment simple, mais, en réalité, elle est extrêmement riche. En effet, $D(\varepsilon)$ n'ayant aucune raison particulière d'être constante, sauf conditions particulières très rarement réunies en géographie, on peut poser en utilisant un développement limité de Taylor [Nottale, 1993] :

$$D(\varepsilon) = D_0 \quad (4)$$

$$D(\varepsilon) = N_0 + D_0 N(\varepsilon) \quad (5)$$

...

L'équation n° 4 est celle qui est attendue en cas d'invariance d'échelle, c'est-à-dire dans le cas d'une droite parfaite dans le diagramme bi-logarithmique $(\ln N(\varepsilon), \ln \varepsilon)$. La seconde équation n° 5 se rencontre dans le cas d'une demi-parabole dans ledit diagramme bi-logarithmique. Dans ce cas, la dimension fractale varie linéairement en fonction de la résolution. Cela étant, $D(\varepsilon)$ pourrait être décrite dans certains cas par des relations

non polynomiales. Par ailleurs, $D(\varepsilon)$ n'a aucun ensemble de nombres bien défini. Par exemple, $D(\varepsilon)$ peut être entière (courbe de Peano), fractionnaire (mouvement brownien), réelle (courbe de von Koch, la plupart des mesures observées en géographie), voire complexe (log-périodicité [Nottale, 1994]).

L'écriture différentielle présente un autre avantage : elle permet de calculer une dimension fractale spécifique, appelée « dimension fractale locale » (au sens du processus mathématique de dérivation), et estimable en tout point de résolution non nulle. L'expression ne doit pas être confondue avec la dimension fractale localisée. Pratiquement, cela revient à calculer un taux de variation entre deux points du graphique bilogarithmique établi $(\ln N(\varepsilon), \ln \varepsilon)$ selon la formule ci-dessous [Turcotte, 2002] (eq. 6). Ainsi, plus la distance scalaire entre ces deux échelles est faible, plus ce taux sera bien approximé par la détermination de la pente d'une droite passant par ces deux points. Ceci permet d'introduire l'idée d'une dimension fractale variable selon les échelles, et permet d'explicitier les très nombreuses « courbures » qui apparaissent dans les graphiques bilogarithmiques, que la plupart des auteurs approximent avec deux ou trois segments de droite [Goodchild, 1980]. La dimension fractale peut de fait varier tant dans l'espace (d'un quartier par rapport à un autre) [Guérois, 2003] que dans l'ordre des échelles, la variation dans l'ordre des échelles pouvant varier en fonction des quartiers.

$$D(\varepsilon) = -\frac{\ln N_{i+1}(\varepsilon) - \ln N_i(\varepsilon)}{\ln(\varepsilon_{i+1}) - \ln(\varepsilon_i)} \quad (6)$$

À partir de là, les variations observées entre différents quartiers ne sont plus un problème, puisque le diagramme bilogarithmique ne correspond qu'à une estimation moyennée de celles-ci, qui renforce la dimension globale observée, dans le cas où une droite peut être établie dans le diagramme. Les moyennes des dimensions fractales localisées s'intègrent dans le diagramme comme une dimension fractale locale moyennée [Forriez, 2010] [Forriez, 2015], ce qui est conforme à l'approche non auto-similaire³. Néanmoins, il faut bien garder à l'esprit que le fait de changer la valeur de la petite échelle du calcul, donc de prendre en compte toute la ville, modifie la gamme scalaire sur laquelle le calcul est réalisé et précise la structure fractale de l'objet d'étude. En fait, si on voulait faire une comparaison parfaite, il faudrait déterminer le nombre d'ordres de grandeur de la gamme scalaire mise en œuvre dans les calculs et avoir la même gamme pour un quartier et l'ensemble de la ville. En d'autres termes, il faudrait pouvoir descendre dans les résolutions au niveau des quartiers ce que la nature morphologique de l'objet ne permet pas complètement. Il y a toujours une échelle de résolution dans laquelle on passe d'un domaine, celui du quartier, à un autre domaine, celui du bâtiment. Dit autrement, cela revient à se heurter à une transition entre domaines morphologiques scalairement définis, mais, comme toutes choses dans l'univers, les atomes correspondent à une gamme scalaire, les molécules à une autre, *etc.*

³Contrairement à une idée encore trop répandue, la majorité des fractales réelles, dont font partie les villes, ne possèdent pas cette propriété. Généralement, on parle « auto-similarité statistique », mais encore faut-il être capable de la démontrer, ce qui est loin d'être évident, sinon nous sommes en présence d'une fractale non auto-similaire par défaut.

Avant de poursuivre ma contre-proposition, je tiens à préciser que le diagramme bilogarithmique correspond à une position scientifique **absolutiste**, tandis que le diagramme combinant résolution et dimension fractale locale est de nature **relativiste** dans le sens empiriquement établi par D. Quattrochi [Quattrochi, 1993].

Comme l’a rappelé C. Tannier, la plupart des diagrammes bilogarithmiques obtenus ne sont pas les droites parfaites que l’on visualise à partir d’un calcul sur un objet fractal déterministe, même si on laisse de côté la correction log-périodique observable naturellement [Nottale, 1994] [Forriez et Martin, 2007] [Forriez et Martin, 2009]. Est-ce une tragédie démontrant l’aspect fantaisiste des approches fractales en géographie ? La réponse est négative. Cela traduit plutôt l’extrême richesse des objets géographiques urbains. Une simple droite ne peut expliciter leur structure scalaire.

En général, comme le rappelle P. Frankhauser, la diagramme bilogarithmique contient plusieurs gammes d’échelles qui renvoient à une définition scalaire des villes [Goodchild, 1980]. Dans le cas d’agglomérations suffisamment grandes, une rupture de pente, marquée par ce que l’on appelle une échelle de transition (ou de coupure), permet de délimiter deux objets différents : le quartier et l’agglomération urbaine tout entière. Dans le cadre de ma thèse, c’est ce que j’ai observé pour l’agglomération de Montbéliard. La grille agglomère les bâtiments jusqu’à atteindre l’échelle de transition qui marque l’émergence de la tache urbaine [Forriez, 2010]. Deux domaines scalaires sont ainsi observables : celui des bâtiments et celui de l’agglomération des bâtiments⁴. Dans les deux gammes scalaires, le taux de variation de l’information est constant, d’où les modèles puissances ajustables par régression. Ainsi, il existe deux situations d’invariance d’échelle. En d’autres termes, ces deux dimensions fractales et l’échelle de coupure⁵ assurant la liaison, la transition, entre elles sont les trois invariants de cette structure fractale [Chen, 2014].

L’invariance d’échelle, c’est-à-dire une dimension fractale globale constante, n’intervient que par intervalles, mais, contrairement à ce qu’écrit C. Tannier, ils correspondent à une réalité géographique que l’on a pu observer dès les premières études du trait de côte en cartographie [Shelberg *et al.*, 1982] [Shelberg *et al.*, 1983] [Shelberg et Moellering, 1983] [Buttenfield, 1989].

La dimension fractale, qu’importe la méthode de mesure, dépend de la résolution. Est-ce suffisant pour expliquer l’inopérabilité des fractales en géographie ? La réponse est négative, car, d’une part, nier la fractalité des villes revient à nier le raisonnement géographique expliquant la multiscalarité du fonctionnement urbain, donc nier la géographie elle-même, et, d’autre part, nier la fractalité des villes sous prétexte que les dimensions fractales des quartiers d’une même ville sont différentes, ou que la valeur de la dimension fractale d’une agglomération urbaine n’est pas universelle est en contradiction avec la définition mathématique de la dimension fractale.

⁴Il est à noter que ce résultat n’est pas en contradiction avec les mesures de P. Frankhauser, synthétisées récemment [Frankhauser, 2017, p. 87]. J’ai estimé deux gammes scalaires pour Montbéliard, d’une part, entre 5 m et 99 m, $D = 1,355 \pm 0,010$, et d’autre part, entre 99 m et 35 km, $D = 1,583 \pm 0,004$ [Forriez, 2010, p. 147]. Pour cette dernière gamme d’échelle, on retrouve un résultat proche de celui de P. Frankhauser, à savoir $D = 1,558$. Cependant, il est difficile de comparer les deux résultats sans connaître les barres d’erreur de la valeur qu’il propose.

⁵N.B. Une échelle de coupure peut être remplacée dans certains cas par un domaine de transition.

Par ailleurs, il faut insister sur le fait qu'il existe d'autres dimensions fractales dans le cas où la méthode des boîtes carrées nécessite une adaptation faisant intervenir l'exposant de Hurst H [Mandelbrot et Van Ness, 1968] [Mandelbrot et Wallis, 1968] [Mandelbrot et Wallis, 1969a] [Mandelbrot et Wallis, 1969b] [Mandelbrot et Wallis, 1969c] [Mandelbrot et Wallis, 1969d] [Mandelbrot et Wallis, 1969e], comme dans le cas des coupes topographiques dans lesquelles la projection dans un repère orthonormé n'a aucun sens, donc l'utilisation des boîtes carrées aussi. Le maillage étant rectangulaire, H permet d'évaluer ce qu'il manque pour obtenir un carré parfait⁶. De fait, sa valeur est comprise entre 0 et 1. Ce type de fractale est souvent appelée auto-affine [Mandelbrot, 1977] [Mandelbrot, 1982] [Dubois, 1995], ce qui illustre au passage que l'auto-similarité n'est qu'une propriété particulière de certaines fractales, et non une généralité.

2 Réponse à l'affirmation : « L'évolution de la forme des villes ne suit pas un modèle unique qui aboutirait *in fine* à un état d'ordre fractal »

D'où vient la fractalité urbaine ? La thèse de l'auto-organisation évoquée par C. Tannier est une boîte noire bien pratique, mais, *in fine*, irréaliste. Si l'on étudie l'origine d'une agglomération urbaine à partir des villes orientales du III^e millénaire a.-C., il est évident que les villes se sont constituées grâce à la création d'un « palais », le même phénomène s'observe en Grèce mycénienne au II^e millénaire a.-C. d'ailleurs. J'emprunte la démonstration qui suit à un cours dispensé par J.-N. Corvisier en 2004 à l'université d'Artois. Le palais est une micro-ville. Les traces archéologiques établissent que chaque pièce possède une fonction bien précise (cuisine, poterie, chambre, *etc.*), comme un quartier dans une ville. Les pièces sont séparées par des couloirs rendant les flux entre elles possibles, comme les rues au sein d'une ville. Le problème du palais est que sa taille est limitée du point de vue des techniques architecturales, et il est alors apparu plus pratique que les activités développées en son sein prennent le risque de le quitter. Les premières maisons extérieures apparurent alors, et, progressivement, les villes qui en émergèrent respectèrent les fonctionnalités initiales contenues dans le palais d'origine en formant les quartiers de la ville. Cet exemple illustre parfaitement le processus de changement d'échelle en passant du palais à la ville. Avec son émergence, de nouveaux problèmes apparurent ; ils furent partiellement réglés par l'urbanisme, mais la structure multiscalaire était déjà là. Elle est consubstantielle au développement des entités. Parmi d'autres contraintes, les villes de cette époque avaient besoin d'une muraille qui nécessitait la maîtrise de l'espace accordé à l'urbain. Vu les coûts qu'engendre une telle construction, les urbanistes ne pouvaient se contenter de ceindre les bâtiments existants. Le rempart fut ainsi placé à une certaine distance, générant ainsi des « réserves foncières » qui purent par la suite être utilisées. Par exemple, le site intramuros de l'université d'Avignon est ainsi installé dans un ancien hôpital, tenu par des religieuses, placé aussi loin

⁶La formulation est mathématiquement incorrecte (l'usage de H étant bien plus complexe), mais elle permet d'avoir une justification simple de l'intervention de cet exposant.

que possible du palais des Papes, mais, à l'intérieur des murailles dans un quartier qui resta longtemps « champêtre ». Il est facile de comprendre que toutes les villes furent construites sur ce schéma. Au Moyen Âge, un château pouvait engendrer une agglomération urbaine [Forriez, 2005] [Forriez, 2007] [Forriez, 2010] [Tannier, 2017] comme l'ont montré les études archéologiques de Lille, Douai [Demolon et Barbieux, 1979], *etc.* Cela étant, la proposition inverse est fautive. Cependant, cela ne signifie pas que le processus d'auto-organisation décrit ne soit pas multi-échelle, et cette multiscalarité se traduit naturellement dans l'organisation du bâti et de son agglomération. L'histoire contemporaine des villes construites sur les Nouveaux mondes propose d'autres processus, mais ils conservent comme base commune l'existence d'un lieu de pouvoir, comme l'étaient palais orientaux et châteaux.

De facto, si l'histoire des villes s'étend sur des millénaires pour de nombreuses d'entre elles, il n'est guère surprenant que la dimension fractale ne soit pas constante dans le temps, comme l'a rappelé le billet de P. Frankhauser. Pourquoi la dimension fractale serait-elle la seule variable à ne pas varier dans le temps parmi toutes les autres présentes en géographie ? De plus, cette variabilité renvoie à un changement de politique d'urbanisme, à l'émergence de nouvelles contraintes dues à l'étalement urbain, *etc.* [Batty et Longley, 1994] [Benguigui *et al.*, 2000] [Benguigui *et al.*, 2001] [Chen, 2011] [Feng et Chen, 2010]. Bien entendu, le manque d'information rend impossible le calcul d'une telle évolution comme le rappelle C. Tannier. Ce qui est par contre certain, c'est que l'existence du réseau des rues au sein de la ville rend impossible une dimension fractale valant 2 (si l'on se place dans le cadre d'un calcul opéré sur un plan en deux dimensions). Lors de ma thèse, par exemple, j'ai rapidement estimé la dimension fractale de 90 taches urbaines de par le monde ; leurs dimensions fractales globales variaient de 1,4 à 1,9, avec une valeur moyenne renforcée par un pic de probabilité autour de 1,7 [Forriez, 2010], confirmant des résultats antérieurs [Batty et Longley, 1994, p. 242]. Maintenant, il faut l'interpréter, et là seuls des modèles théoriques peuvent donner un sens à ce chiffre [Frankhauser, 1994]. Il existe des modèles de croissance ayant des dimensions fractales variables [Batty et Longley, 1994] [Benguigui *et al.*, 2000] [Benguigui *et al.*, 2001] [Feng et Chen, 2010] [Chen, 2011], donc l'argument de C. Tannier selon lequel la variation de la dimension fractale dans le temps rend caduc la fractalité des villes tombe de lui-même. Le processus d'auto-organisation est parfaitement descriptible par un processus scalaire, lui-même mesurable par une dimension fractale variable [Nottale, 1993] [Nottale, 2011].

3 Réponse aux deux dernières affirmations : « Rien ne prouve qu'une forme fractale soit, par nature, optimale » et « Il n'existe pas de « bonne » dimension fractale pour l'aménagement urbain »

J'en arrive aux deux derniers points du billet de C. Tannier : « Rien ne prouve qu'une forme fractale soit, par nature, optimale » et « Il n'existe pas de « bonne » dimension fractale pour l'aménagement urbain ». Curieusement, je partage ses positions, mais, pour d'autres raisons évoquées par C. Tannier. Du fait de la nature du processus d'auto-organisation, la fractalité n'est qu'une conséquence, et non une cause de l'organisation intra-urbaine. *De facto*, il n'existe aucune dimension fractale optimale structurant une ville, à l'exception des « villes nouvelles » bâties, comme le rappelle P. Frankhauser, qui suivent des mailles rectangulaires, carrées, ou un plan circulaire, précis, maillage qui tend souvent à disparaître au cours des siècles. Si la dimension fractale optimale n'existe pas, il n'existe aucune bonne dimension fractale pour structurer, pour organiser une ville.

La structuration fractale des villes reste l'apanage d'un processus socio-spatial contingent à chaque ville, mais cette structuration s'observe pour toute agglomération urbaine du simple fait de la connaissance géographique de l'espace urbain. Une structure globale universelle émerge, ce qui ne signifie pas que toutes les formes géométriques urbaines soient identiques, ou, pire, doivent être identiques [Shelberg *et al.*, 1982]. Cela ne peut bien s'entendre que si l'on raisonne en termes de **structures fractales**, c'est-à-dire que l'on s'éloigne de la vision géométrique initiale [Le Méhauté, 1990] [Gouyet, 1992] [Le Méhauté *et al.*, 1998].

Il faudrait toutefois pouvoir faire une étude sur l'évolution des dimensions fractales urbaines sur le temps long. Rien ne dit que, en moyenne, à processus d'auto-organisation semblable, la dynamique des systèmes urbains ne pointent pas vers une dimension fractale unique, laquelle jouerait alors un rôle d'attracteur. Seulement, pour étudier cette question, il faudrait pouvoir classer les villes par niveau de développement et avoir des chroniques correspondant à des niveaux d'auto-organisation constants, ce qui semble très difficile à obtenir. Cela étant, si ces hypothèses sont recevables, cela signifie que la variation observable des dimensions fractales urbaines renvoie à une variété de processus d'auto-organisation à la surface de la terre et à des niveaux de développement différents, bien plus qu'à des différences dans l'essence des phénomènes. Un peu comme il existe des papillons bleus et des papillons rouges, ce qui n'invalide en rien le fait qu'il existe des papillons.

La position de C. Tannier demeure ambiguë. Que cherche-t-elle au final ? D'un côté, dans son H.D.R., elle montre que les phénomènes multiscalaires sont omniscients dans les modèles géographiques qu'elle utilise [Tannier, 2017]. Dit autrement, sans cet aspect, il est fort probable que lesdits modèles (multi-agents) ne fonctionnent pas. D'un autre côté, elle argue dans son billet l'inopérabilité des dimensions fractales en tant qu'indicateur en géographie. Il est difficile de suivre sa position. Il m'est d'avis qu'elle confond deux éléments : la théorie et la pratique. Ceci dit, la position de C. Tannier

demeure conforme à celle de la géographie française qui considère l'échelle comme une évidence, un statut non précisé [Racine *et al.*, 1990] [Orain, 2004], et non un élément à démontrer, et c'est ce que permettent les méthodes de calcul des dimensions fractales *via* le diagramme bilogarithmique.

Pour l'instant, les fractales et les mesures des phénomènes scalaires en géographie ne peuvent être qu'un élément théorique. Mes propres recherches sur la question ont établi que, comme souvent en géographie, nous ne pouvons mesurer que les conséquences des processus sous la forme de morphologies qui ont été produites, et non les causes (les processus générant des phénomènes multiscalaires) [Goodchild et Quattrochi, 1997]. Pour l'instant, l'unique façon de proposer une morphogenèse est de postuler un certain nombre de processus spatiaux ou socio-spatiaux, puis de visualiser le résultat grâce à des systèmes multi-agents, et de vérifier à chaque itération l'état d'échelle matérialisée par une dimension fractale [Tannier, 2017]. Effectivement, nul ne sait ce qui contrôle dans ce cas la dimension fractale qui reste bien souvent difficilement corrélée avec d'autres variables. De fait, les mesures en échelles ne peuvent être utilisées pour l'instant dans la recherche appliquée. Par analogie, mesurer l'ampérage ou la tension d'un courant électrique n'explique pas son origine et les processus de son fonctionnement, et les mesures fractales en géographie en sont à ce stade. Si la géographie accepte des recherches beaucoup plus fondamentales [Nottale *et al.*, 2012], un jour des liens théoriques entre des processus spatiaux (ou socio-spatiaux) et leur expression multiscalaire pourront être construits. Ce n'est que dans ce cadre que toutes les mesures fractales empiriques prendront un sens.

À titre personnel, je pense par conséquent qu'il faille abandonner l'idée d'une mise en pratique des mesures scalaires avant d'avoir mis un peu d'ordre dans leur étude, leur analyse et leur théorie. Plusieurs questions théoriques ayant un aspect pratique n'ont toujours pas été résolues. Comment passe-t-on du niveau n au niveau $n + 1$ (ou $n - 1$) lorsque la structure n'est pas auto-similaire ? Dit autrement, de quelle manière les formes géographiques se transforment-elles dans le cadre des échelles ? Difficile de citer tous les travaux tentant d'y répondre, mais le champ reste largement ouvert. De plus, il existe une question beaucoup plus ambitieuse qui est rarement étudiée, mais qui constitue la plus grande énigme des fractales dans le cadre des approches géographiques. Peut-on représenter mathématiquement un emboîtement d'échelle ? Si la réponse à cette question était positive, il serait simple d'articuler un cas particulier (une ville) avec son réseau inter-urbain par exemple. Par ailleurs, l'articulation des deux permettrait de poser la ville étudiée en tant qu'échantillon statistique, exprimant un cas particulier.

G. Dupuy ne se trompe pas en parlant ouvertement d'un « défi fractal » pour la géographie dans son dernier ouvrage collectif, qui est l'une des synthèses les plus récentes sur le sujet [Dupuy, 2017a]. Il partage ma conviction que le monde des fractales est très riche [Dupuy, 2017b], ce qui se traduit par la non unicité des méthodes et des types de fractales. De fait, les approches fractales en géographie urbaine se sont pour l'instant limitées qu'à quelques types, et particulièrement les fractales auto-similaires qui ne peuvent offrir qu'une définition incomplète de la forme urbaine. Avant de rejeter en bloc les fractales, il faudrait tester les autres approches, me semble-t-il. . .

4 En guise d'ouverture au débat

Jusqu'ici la réflexion portait sur la ville, mais elle n'est pas isolée. À l'échelle inter-urbaine, intervient alors la question des relations entre la ville et la campagne. Objectivement, n'importe quel village forme une agglomération de bâtiments à l'instar d'une ville. La question de la taille se pose. À partir de quelle taille peut-on parler de ville, de village, *etc.*? Dans le cas urbain, la taille est une référence modulable, comme beaucoup d'objets géographiques. Définit-on une ville par rapport au nombre d'habitants qui y vivent, par rapport à sa superficie (qui est par définition fractale), par rapport aux fonctions de pouvoir qu'elle exerce sur d'autres lieux, *etc.*? Aucun géographe n'a jamais pu y répondre. Ces références sont considérées comme des *a priori*, des évidences en fonction de l'objet étudié. Il n'empêche que, si l'on reste sur la définition morphologique d'agglomération de bâtiments, il existe *de facto* des agglomérations « rurales » (village, bourg, *etc.*).

Ainsi, comment intégrer dans le système inter-urbain les agglomérations rurales? Celles-ci ne sont souvent pas fractales, mais si l'on passe à l'échelle inter-urbaine, leurs taches sont bien visibles. Il est alors possible de calculer une dimension fractale des agglomérations de bâtiments d'un espace inter-urbain. La structure est bien entendu fractale, mais elle introduira des variations scalaires nouvelles qui rentrent souvent dans le cadre de la théorie des lieux centraux de W. Christaller (1893-1969) [Arlinghaus, 1985]. Par une approche relativiste, il est même envisageable de connecter les données d'une agglomération particulière avec la structure inter-urbaine [Martin *et al.*, 2014], ce que ne permet pas une approche absolutiste. L'opposition entre absolu et relatif a été exposée dès les années 1990 par D. Quattrochi [Quattrochi, 1993]. Ses définitions sont proches de celles de la théorie de la relativité d'échelle. L'échelle absolue correspond à une grille type, tandis que l'échelle relative à une variation des maillages aboutissant à une déformation des formes géométriques dessinées sur la carte. L'étude de l'articulation entre les agglomérations et leurs taches urbaines entre bien dans le champ d'une échelle relative. Par exemple, à l'échelle continentale, la plupart des agglomérations deviennent des points géométriques sans forme, eux-mêmes structurés en échelles, donc fractals. La limite géographique intervient lorsque l'ensemble des objets couvre toute la planète. L'intégralité de la vision géographique du monde est par conséquent fractale [Forriez, 2010].

Étrangement, les géographes n'arrivent pas se détacher à des échelles absolues. En effet, afin de répondre aux besoins de l'aménagement du territoire, la notion de « niveau pertinent » fut fortement mise en avant [Tricart, 1952] [Lam *et al.*, 2005]. Paradoxalement, l'aspect relatif des échelles a été maintes fois démontré par le fait que les formes observables, exprimées par une cartographie, sont trivialement et par essence fractales [Goodchild, 1980] [Dutton, 1981] [Shelberg *et al.*, 1982] [Shelberg *et al.*, 1983] [Shelberg et Moellering, 1983] [Goodchild et Mark, 1987]. Cet aspect s'observe pour les morphologies, les structures observables aussi bien en géographie humaine que physique. Une opposition entre le simple et le multiple émerge alors de ce paradoxe, si bien que la géographie se trouve dans une impasse. Les échelles géographiques sont multiples pour un même objet, alors que le résultat attendu en géographie doit être unique : il

doit aboutir à l'identification d'un niveau, donc d'un objet « ascalaire ». Dit autrement, malgré toutes les études prouvant et quantifiant la multiscalarité effective des objets géographiques, la plupart des géographes recherchent toujours des objets monoscalaires.

Pour ouvrir davantage le débat, il reste à affirmer énergiquement que la fractalité se démontre. Dit autrement, une mesure fractale peut établir la non fractalité d'un objet géographique soit totalement, soit sur une gamme scalaire précise. Par exemple, le réseau hydrographique des Gardons est non fractal aux grandes échelles, c'est-à-dire à l'échelle d'un talweg entre deux confluences, puis au fur et à mesure que la surface prise en considération s'accroît, il apparaît comme étant fractal [Forriez, 2010] [Forriez et al., 2010] [Forriez, 2015]. Ceci se comprend, car l'instabilité de l'écoulement produit dynamiquement une catastrophe au sens de René Thom (1923-2002) qui permet de déployer, dans les échelles, le réseau [Thom, 1974]. Dans ce cadre, un objet peut apparaître localement et logiquement non fractal. Il s'agit d'un résultat bien éloigné de celui obtenu par E. Hauchard [Hauchard et al., 1999]. Je passe sur le fait que l'auto-organisation régissant cet objet est très différente de celle décrite pour les villes. Ce qu'il faut retenir est que les aspects non fractal et fractal ne sont pas en contradiction dans une logique scalaire pour un même objet. Par ailleurs, l'échelle de coupure entre le non fractal et le fractal varie en fonction de l'information géométrique (c'est-à-dire la précision des branches de l'arborescence) du réseau [Forriez, 2010] [Forriez, 2015]. Elle n'a ainsi aucun sens absolu ; elle est de par nature relative, propre à l'objet géographique analysé qui doit être le plus précisément décrit, mais il ne le pourra jamais l'être totalement.

Pour faire un peu rêver, il est temps de reparler de la réelle position relativiste, point au niveau duquel je me suis arrêté peu après ma thèse [Forriez, 2014], et que je souhaiterais un jour développé davantage. La position relativiste du diagramme résolution – dimension fractale locale, et la relativité de la nature fractale, c'est-à-dire dépendant de l'échelle, ou non fractale, c'est-à-dire indépendant de l'échelle, de l'objet géographique étudié, introduisent la théorie de la relativité d'échelle de L. Nottale [Nottale et Schneider, 1984] [Nottale, 1989] [Nottale, 1992] [Nottale, 1993] [Nottale, 1998] [Nottale, 1998] [Nottale, 2001b] [Nottale, 2001a] [Nottale, 2002] [Nottale, 2011], comme support théorique à la mesure fractale en géographie [Forriez, 2010]. La relativité d'échelle est par essence pluri-disciplinaire, comme elle l'a maintes fois prouvée [Nottale et al., 2000] [Nottale et al., 2009] [Parrochia, 2006]. Appliquée aux villes, elle permettrait sans doute de répondre plus précisément aux questions soulevées par C. Tannier et par P. Frankhauser. J'ai conscience que ce paragraphe est très rapide, ultra-synthétique, et peut paraître psychédélique, mais il m'est impossible de développer ces aspects inédits ailleurs que dans des articles académiques ou dans le cadre d'un projet de recherche d'envergure.

J'en arrive au nœud du problème : « Que faire du fait que les villes sont fractales (ou pas) ? ». La première réponse est simple : « rien », comme l'avait suggéré M. Fréchet (1878-1973) pour une autre découverte majeure en géographie [Fréchet, 1941]. C'est un fait scientifique démontrable, mais c'est tout. La deuxième est celle qui a été proposée dans maintes projets par P. Frankhauser, M. Batty et bien d'autres. Il faut croiser les mesures scalaires spatialisées/localisées avec d'autres indicateurs physiques ou socio-économiques. L'objectif est de proposer des solutions entrant dans le champ de la simulation spatiale, afin d'établir des *scenarii* d'aménagement du territoire. La troisième

voie, qui n'est pas contradictoire avec la précédente, est de proposer une théorisation des phénomènes multiscalaires géographiques *via* les mesures fractales, et c'est celle qui m'intéresse. Par conséquent, le champ des possibles dans les relations entre géographie et fractale est encore bien vaste.

Je tiens à remercier Philippe Martin (P.U., Avignon Université) pour avoir eu la gentillesse de relire ce billet et pour m'avoir suggéré d'utiles modifications.

Références

- [Arlinghaus, 1985] ARLINGHAUS, S. L. (1985). Fractals take a central place. Geografiska Annaler Series B Human Geography, 67(2):83–88.
- [Batty et Longley, 1994] BATTY, M. et LONGLEY, P. (1994). Fractal cities. A geometry of form and function. Academic press, Londres.
- [Batty et Longley, 1986] BATTY, M. et LONGLEY, P. A. (1986). The fractal simulation of urban structure. Environment and Planning A, 18:1143–1179.
- [Benguigui et al., 2001] BENGUIGUI, L., CZAMANSKI, D. et MARIKONOV, M. (2001). City growth as a leap-frogging process : An application to the tel-aviv metropolis. Urban Studies, 38(10):1819–1839.
- [Benguigui et al., 2000] BENGUIGUI, L., CZAMANSKI, D., MARIKONOV, M. et PORTUGALI, J. (2000). When and where is a city fractal? Environment and planning B. Planning & Design, 27(4):507–519.
- [Buttenfield, 1989] BUTTENFIELD, B. P. (1989). Scale-dependence and self-similarity in cartographic lines. Cartographica, 26(1):79–100.
- [Chen, 2011] CHEN, Y. (2011). Fractal dimension evolution and spatial replacement dynamics of urban growth. Chaos, Solitons & Fractals, 45(2):115–124.
- [Chen, 2014] CHEN, Y. (2014). Multifractals of central place systems : Models, dimension spectrums, and empirical analysis. Physica A, 402:266–282.
- [Dauphiné, 2011] DAUPHINÉ, A. (2011). Géographie fractale, fractals auto-similaire et auto-affine. Lavoisier. Hermès, Paris.
- [Demolon et Barbieux, 1979] DEMOLON, P. et BARBIEUX, J. (1979). Les origines médiévales de la ville de douai ; rapport provisoire des fouilles de la "fonderie des canons". Revue du Nord, 61(241):301–329. Douai et le Douaisis.
- [Dubois, 1995] DUBOIS, J. (1995). La dynamique non linéaire en physique du globe. Masson, Paris.
- [Dupuy, 2017a] DUPUY, G., éditeur (2017a). Villes, réseaux et transport. Le défi fractal, pages 1–254. Methodes et approches. Economica, Paris.
- [Dupuy, 2017b] DUPUY, G. (2017b). Villes, réseaux et transport. Le défi fractal, chapitre Les vertus de l’approche fractale, pages 9–30. Méthodes et approches. Economica, Paris.
- [Dutton, 1981] DUTTON, G. H. (1981). Fractal enhancement of cartographic line detail. The American Cartographer, 8(1):23–40.

- [Feng et Chen, 2010] FENG, J. et CHEN, Y. (2010). Spatiotemporal evolution of urban form and land use structure in hangzhou, china : Evidence from fractals. Environment and planning B. Planning & Design, 37(5):838–856.
- [Forriez, 2005] FORRIEZ, M. (2005). La motte de boves permet-elle de mener une réflexion épistémologique commune en archéologie, en géographie et en histoire ?
- [Forriez, 2007] FORRIEZ, M. (2007). Construction d’un espace géographique fractal. pour une géographie mathématique et recherche d’une théorie de la forme.
- [Forriez, 2010] FORRIEZ, M. (2010). Caractérisation formelle des structures multi-échelles géographiques en relativité d’échelle. Exemples choisis en géographie physique, géographie urbaine, géohistoire et géographie du peuplement. Thèse de doctorat, Thèse de doctorat sous la direction de Philippe Martin (UMR ESPACE) et de Laurent Nottale (Observatoire de Paris – LUTh), Avignon.
- [Forriez, 2014] FORRIEZ, M. (2014). Géoforum. pages 1–22, Rouen. A.F.D.G. En ligne : lien mort.
- [Forriez, 2015] FORRIEZ, M. (2015). Objets géographiques et relativité d’échelle. Revue internationale de géomatique, (2):151–172.
- [Forriez et Martin, 2007] FORRIEZ, M. et MARTIN, P. (2007). Résumés des huitièmes rencontres de théoquant (10-12 janvier 2007). pages 1–1, Besançon.
- [Forriez et Martin, 2009] FORRIEZ, M. et MARTIN, P. (2009). Actes des huitièmes rencontres de théoquant (10-12 janvier 2007). pages 1–10, Besançon.
- [Forriez et al., 2010] FORRIEZ, M., MARTIN, P. et NOTTALE, L. (2010). Lois d’échelle et transition fractal – non fractal en géographie. L’espace géographique, (2):97–112.
- [Forriez et al., 2011] FORRIEZ, M., MARTIN, P. et NOTTALE, L. (2011). Mobilité des formes et surfaces terrestres. Des changements passés aux changements actuels, chapitre Comparaison entre la classification de Horton et la classification ascendante hiérarchique des confluences (C.H.A.C.). Application au bassin amont du Gardon (Gard, France), pages 55–67. Presses universitaires de Rennes, Rennes.
- [Frankhauser, 1994] FRANKHAUSER, P. (1994). La fractalité des structures urbaines. Anthropos, Paris.
- [Frankhauser, 1996] FRANKHAUSER, P. (1996). Analyse spatiale des données biodémographiques, chapitre L’analyse fractale, un nouvel outil pour l’analyse spatiale des tissus urbains, pages 311–340. John Libbey Eurotext & I.N.E.D. éditeurs, Montrouge.
- [Frankhauser, 2017] FRANKHAUSER, P. (2017). Villes, réseaux et transport. Le défi fractal, chapitre La modélisation fractale des tissus urbains. De l’analyse morphologique au concept d’aménagement, pages 73–112. Méthodes et approches. Economica, Paris.

- [Frankhauser, 2018] FRANKHAUSER, P. (2018). Fractales, tissus urbains et aménagement - quelques précisions. Cybergeog : conversation. <https://cybergeog.hypotheses.org/257>.
- [Fréchet, 1941] FRÉCHET, M. (1941). Sur la loi de répartition de certaines grandeurs géographiques. Journal de la société statistique de Paris, 82:114–122.
- [Goodchild, 1980] GOODCHILD, M. F. (1980). Fractals and the accuracy of geographical measures. Mathematical Geology, 12(2):85–98.
- [Goodchild et Mark, 1987] GOODCHILD, M. F. et MARK, D. M. (1987). The fractal nature of geographic phenomena. Annals of the Association American Geographers, 77(2):265–278.
- [Goodchild et Quattrochi, 1997] GOODCHILD, M. F. et QUATTROCHI, D. A. (1997). Introduction : Scale, multiscaling, remote sensing, and g.i.s. Scale in remote sensing and G.I.S., pages 1–12.
- [Gouyet, 1992] GOUYET, J.-F. (1992). Physique et structures fractales. Masson, Paris.
- [Guérois, 2003] GUÉROIS, M. (2003). Les formes des villes européennes vues du ciel. Thèse de doctorat, Université de Paris 1 Panthéon-Sorbonne, Paris.
- [Hauchard et al., 1999] HAUCHARD, E., DELAHAYE, D. et FRANKHAUSER, P. (1999). Analyse morphologique de talwegs et comportement scalant. application des dimensions non entières à la géographie physique. L'espace géographique, 28(3):215–224.
- [Keersmaecker (de) et al., 2004] KEERSMAECKER (DE), M.-L., FRANKHAUSER, P. et THOMAS, I. (2004). Analyse de la réalité fractale périurbaine : l'exemple de bruxelles. L'espace géographique, (3):219–240.
- [Lam et al., 2005] LAM, N. S.-N., CATTS, D., QUATTROCHI, D., BROWN, D. et MCMASTER, R. (2005). A research agenda for geographic information science, chapitre Scale, pages 93–128. University consortium for geographic information science, Boca Raton / London / New York / Washington D.C.
- [Le Méhauté, 1990] LE MÉHAUTÉ, A. (1990). Les géométries fractales. L'espace-temps brisé. Hermès, Paris.
- [Le Méhauté et al., 1998] LE MÉHAUTÉ, A., NIGMATULLIN, R. R. et NIVANEN, L. (1998). Flèches du temps et géométrie fractale. Hermès, Paris.
- [Lévy et Lussault, 2003] LÉVY, J. et LUSSAULT, M., éditeurs (2003). Dictionnaire de la géographie et de l'espace des sociétés, pages 1–1034. Belin, Paris.
- [Longley et Batty, 1989] LONGLEY, P. A. et BATTY, M. (1989). On the fractal measurement of geographical boundaries. Geographical analysis, 21(1):47–67.

- [Mandelbrot, 1975] MANDELBROT, B. (1975). Les objets fractals. Flammarion, Paris.
- [Mandelbrot, 1977] MANDELBROT, B. (1977). The fractal geometry of nature. W. H. Freeman and Compagny, New York.
- [Mandelbrot, 1982] MANDELBROT, B. (1982). The fractal geometry of nature. W. H. Freeman and Compagny, San Francisco. réédition complétée de 1977.
- [Mandelbrot, 1997] MANDELBROT, B. (1997). Fractales, hasard et finances (1959-1997). Flammarion, Paris.
- [Mandelbrot et Van Ness, 1968] MANDELBROT, B. et VAN NESS, J. W. (1968). Fractional brownian motion, fractional noises and applications. SIAM Review, 10(H11):422–437.
- [Mandelbrot et Wallis, 1968] MANDELBROT, B. et WALLIS, J. R. (1968). Noah, joseph, and operational hydrology. Water Resources Research, 4(5):909–918.
- [Mandelbrot et Wallis, 1969a] MANDELBROT, B. et WALLIS, J. R. (1969a). Computer experiments with fractional gaussian noises. part 1. averages and variances. Water Resources Research, 5(1):228–241.
- [Mandelbrot et Wallis, 1969b] MANDELBROT, B. et WALLIS, J. R. (1969b). Computer experiments with fractional gaussian noises. part 2. rescaled range and spectra. Water Resources Research, 5(1):242–259.
- [Mandelbrot et Wallis, 1969c] MANDELBROT, B. et WALLIS, J. R. (1969c). Computer experiments with fractional gaussian noises. part 3. mathematical appendix. Water Resources Research, 5(1):260–267.
- [Mandelbrot et Wallis, 1969d] MANDELBROT, B. et WALLIS, J. R. (1969d). Robustness of the rescaled range r/s in the measurement of noncyclic long-run statistical dependence. Water Resources Research, 5(5):967–988.
- [Mandelbrot et Wallis, 1969e] MANDELBROT, B. et WALLIS, J. R. (1969e). Some long-run properties of geophysical records. Water Resources Research, 5(1):321–340.
- [Martin et al., 2014] MARTIN, P., NOTTALE, L. et AYRAL, P.-A. (2014). Modélisation fractale de courbes de niveau à partir de deux modèles numériques de terrain (M.N.T. à 50 m et M.N.T. Lidar à 0,5 m). Conséquences pratiques et théoriques. Exemple du bassin versant du Gardon cévenol et de son sous-bassin le Cartaou (Gardon de Saint-Jean, Gard, France).
- [Meentemeyer, 1989] MEENTEMEYER, V. (1989). Geographical perspectives of space, time, and scale. Landscape Ecology, 3(3-4):163–173.
- [Mignon, 1988] MIGNON, V. (1988). Méthodes d’estimation de l’exposant de hurst. application aux rentabilités boursières. Économie & précision, 1-2(132-133):193–214.

- [Nottale, 1989] NOTTALE, L. (1989). Fractals and quantum theory of space-time. Int. J. Mod. Phys., A4:5047–5117.
- [Nottale, 1992] NOTTALE, L. (1992). The theory of scale relativity. Int. J. Mod. Phys., A7:4899–4936. En ligne : http://luth.obsmp.fr/_luthier/nottale/arIJMP2.pdf.
- [Nottale, 1993] NOTTALE, L. (1993). Fractal space-time and microphysics. Toward a theory of scale relativity. World Scientific, Singapour.
- [Nottale, 1994] NOTTALE, L. (1994). Scale relativity, fractal space-time, and quantum mechanics. Chaos, Solitons & Fractals, (4):361–388.
- [Nottale, 1998] NOTTALE, L. (1998). La relativité dans tous ses états. Au-delà de l'espace-temps. Hachette, Paris.
- [Nottale, 2001a] NOTTALE, L. (2001a). Relativité d'échelle et morphogenèse. Revue de synthèse. « Objets d'échelles », 122(1):93–116.
- [Nottale, 2001b] NOTTALE, L. (2001b). Relativité d'échelle. structure de la théorie. Revue de synthèse. « Objets d'échelles », 122(1):11–25.
- [Nottale, 2002] NOTTALE, L. (2002). Traité IC2, volume n°2, « Chapitre 7 : Lois d'échelle, fractales et ondelettes », chapitre Relativité d'échelle, non différentiabilité et espace-temps fractal, pages 1–234. Hermès Lavoisier, Paris.
- [Nottale, 2011] NOTTALE, L. (2011). Scale relativity and fractal space-time. Nondifferentiable space-time, fractal geometry and quantum mechanics. Imperial College Press, Londres.
- [Nottale et al., 2000] NOTTALE, L., CHALINE, J. et GROU, P. (2000). Les arbres de l'évolution. Univers, vie, sociétés. Hachette, Paris.
- [Nottale et al., 2009] NOTTALE, L., CHALINE, J. et GROU, P. (2009). Des fleurs pour Schrödinger. La relativité d'échelle et ses applications. Ellipses, Paris.
- [Nottale et al., 2012] NOTTALE, L., MARTIN, P. et FORRIEZ, M. (2012). Analyse en relativité d'échelle du bassin versant du gardon (gard, france). Étude de la variation de la dimension fractale en fonction de l'altitude et de l'échelle. Revue internationale de géomatique, 22(1):103–133.
- [Nottale et Schneider, 1984] NOTTALE, L. et SCHNEIDER, J. (1984). Fractals and non-standard analysis. J. Math. Phys., 25(1296).
- [Orain, 2004] ORAIN, O. (2004). Échelles et temporalités en géographie. Seconde partie, chapitre La géographie française face à la notion d'échelle. Une approche par les significations et les contenus épistémologiques, pages 2–24. C.N.E.D., Paris.
- [Parrochia, 2006] PARROCHIA, D. (2006). Pour une théorie de la relativité géographique. vers une généralisation du modèle gravitaire. Cybergéo, (337):1–18.

- [Quattrochi, 1993] QUATTROCHI, D. A. (1993). The need for a lexicon of scale terms in integration of remote sensing data with geographic information systems. Journal of Geography, 92(5):206–212.
- [Racine et al., 1990] RACINE, J.-B., RAFFESTIN, C. et RUFFY, V. (1990). Échelle et action, contributions à une interprétation du mécanisme de l'échelle dans la pratique de la géographie. Geographica Helvetica, 35(5):87–94.
- [Richardson, 1961] RICHARDSON, L. F. (1961). The problem of contiguity : an appendix of statistics of deadly quarrels. General systems yearbook, (6):139–187.
- [Shelberg et al., 1983] SHELBERG, M. C., LAM, N. S.-N. et MOELLERING, H. (1983). Proceedings of auto-carto vi, ottawa, october 16th-21st, 1983. pages 1–9.
- [Shelberg et Moellering, 1983] SHELBERG, M. C. et MOELLERING, H. (1983). Proceedings of acsm. pages 483–492.
- [Shelberg et al., 1982] SHELBERG, M. C., MOELLERING, H. et LAM, N. S.-N. (1982). Proceedings of auto-carto v/isprs iv symposium. pages 481–490.
- [Tannier, 2017] TANNIER, C. (2017). Analyse et simulation de la concentration et de la dispersion des implantations humaines de l'échelle micro-locale à l'échelle régionale. Modèles multi-échelles et trans-échelles. Thèse de doctorat, Université Bourgogne Franche-Comté, Besançon.
- [Tannier, 2018] TANNIER, C. (2018). À propos des modèles fractals en géographie urbaines et en aménagement : réfutation de l'esthétique et de la norme universelle. Cybergeog : conversation. <https://cybergeog.hypotheses.org/209>.
- [Thom, 1974] THOM, R. (1974). Modèles mathématiques de la morphogénèse, condition d'une prise en compte de sa dimension sociale. collection 10-18 887. Union générale des éditions, Paris.
- [Tricart, 1952] TRICART, J. (1952). La géomorphologie et la notion d'échelle. Revue de géomorphologie dynamique, 5(2):213–218.
- [Turcotte, 2002] TURCOTTE, D. L. (2002). Fractals in petrology. Lithos, (65):261–271.
- [Watson, 1978] WATSON, M. K. (1978). The scale problem in human geography. Geografiska Annaler Series B Human Geography, 60(1):36–47.

Table des matières

1	Réponse à l'affirmation : « Les villes ne sont pas fractales »	1
2	Réponse à l'affirmation : « L'évolution de la forme des villes ne suit pas un modèle unique qui aboutirait <i>in fine</i> à un état d'ordre fractal »	7
3	Réponse aux deux dernières affirmations : « Rien ne prouve qu'une forme fractale soit, par nature, optimale » et « Il n'existe pas de « bonne » dimension fractale pour l'aménagement urbain »	9
4	En guise d'ouverture au débat	11
	Références	14