

Preuves, procédures, algorithmes : une approche syntaxique

1. Le langage des preuves

1a) Preuve géométrique “pure” : c’est le style canonique. Lisons *Metr.* I.29, un « théorème » dans la terminologie ancienne.

ἔστω τμήμα τὸ ἐπὶ τῆς ΑΓ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἀπὸ μέσης τῆς ΑΓ ἢ ΔΒ καὶ δίχα αἱ ΑΒ ΒΓ περιφέρεται κατὰ τὰ Ε Ζ καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΑΒ ΒΓ ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ. ὅτι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἔλασσόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τῶν ΑΕΒ ΒΖΓ τριγώνων.	Soit un segment sur la <droite> ΑΓ, et <que soit menée,> du milieu de ΑΓ, une <droite> ΔΒ à angles droits, et que les arcs ΑΒ, ΒΓ <soient coupés> en deux <parties égales> en Ε, Ζ ; et que ΑΒ, ΒΓ, ΑΕ, ΕΒ, ΒΖ, ΖΓ soient jointes. <Je dis> que le triangle ΑΒΓ est plus petit que le quadruple des triangles ΑΕΒ, ΒΖΓ.
ἦχθω κάθετος μὲν ἐπὶ τὴν ΑΒ ἢ ΕΗ παράλληλος δὲ τῇ ΒΔ διὰ τοῦ Η ἢ ΘΚ καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΑΘ ΘΒ.	Que soit menée d’une part une <droite> ΕΗ perpendiculaire à ΑΒ, d’autre part, par Η, ΘΚ parallèle à ΒΔ et que ΑΘ, ΘΒ soient jointes :
ἴση ἄρα ἢ ΑΚ τῇ ΚΔ· ἢ ἄρα ΒΔ τῆς ΘΚ ἐλάττων ἐστὶν ἢ ἐπίτριτος· τῆς δὲ ΗΚ ἔστι διπλῆ· ὥστε ἢ ΚΗ τῆς ΘΗ ἐλάττων ἐστὶν ἢ διπλασίον· ὡς δὲ ἢ ΚΗ πρὸς ΘΗ τὸ ΑΚΒ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΒΘ τρίγωνον· ἔλαττον ἄρα ἐστὶν ἢ διπλασίον τὸ ΑΚΒ τρίγωνον τοῦ ΑΒΘ τριγώνου· τοῦ δὲ ΑΚΒ διπλασίον ἐστὶν τὸ ΑΒΔ· ἔλαττον ἄρα ἢ τετραπλάσιον τὸ ΑΒΔ τοῦ ΑΒΘ· τὸ δὲ ΑΒΘ τρίγωνον ἔλαττόν ἐστι τοῦ ΑΕΒ, ἐπεὶ καὶ ἢ ΕΗ τῆς ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὴν ΑΒ καθέτου· πολλῶ ἄρα τὸ ΑΔΒ ἔλαττόν ἐστὶν ἢ τετραπλάσιον τοῦ ΑΕΒ. διὰ τὰ αὐτὰ καὶ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον ἔλαττόν ἐστὶν ἢ τετραπλάσιον τοῦ ΒΖΓ τριγώνου· τὸ ἄρα ΑΒΓ ἔλαττόν ἐστὶν ἢ τετραπλάσιον τῶν ΑΕΒ ΒΖΓ τριγώνων.	ΑΚ est donc égale à ΚΔ ; ΒΔ est donc plus petite que l’épitríte de ΘΚ ; or elle est double de ΗΚ ; de sorte que ΚΗ est plus petite que <le> double de ΘΗ ; or le triangle ΑΚΒ <est> relativement au triangle ΑΒΘ comme ΚΗ relativement à ΘΗ : le triangle ΑΚΒ est donc plus petit que <le> double du triangle ΑΒΘ ; or ΑΒΔ est double de ΑΚΒ : ΑΒΔ est donc plus petit que le quadruple de ΑΒΘ ; or le triangle ΑΒΘ est plus petit que le triangle ΑΕΒ – parce qu’aussi ΕΗ <est plus grande> que la <droite menée> de Θ perpendiculaire à ΑΒ : ΑΒΔ est donc, de beaucoup, plus petit que le quadruple de ΑΕΒ. Pour les mêmes raisons aussi, le triangle ΔΒΓ est plus petit que le quadruple du triangle ΒΖΓ : ΑΒΓ est donc plus petit que le quadruple des triangles ΑΕΒ, ΒΖΓ.

Les séries des connecteurs extraits de la proposition :

énoncé		
ecthèse	καί, καί, καί	et, et, et
détermination	ὅτι	que
construction	μὲν, δέ, καί	d’une part, d’autre part, et
démonstration	ἄρα, ἄρα, δέ, ὥστε, δέ, ἄρα, δέ, ἄρα, δέ, ἐπεὶ καί, ἄρα, καί, ἄρα	donc, donc, or, de sorte que, or, donc, or, donc, or, parce que aussi, donc, aussi, donc
conclusion		

1b) Le format est celui d’une preuve géométrique (particules et connecteurs, temps et modes verbaux, lettrage), mais les désignations (lettrées) des objets sont accompagnées par des nombres qui expriment leur veleur. Un exemple se trouve dans *Metrica* I.33 :

ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΔ μονάδων ἐστὶ μθ, ἔσται ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ μονάδων μθ.	Et puisque le <carré> sur ΑΔ est égal au <rectangle contenu> par ΒΔΕ, et le <carré> sur ΑΔ est de 49 unités, le <rectangle contenu> par ΒΔΕ sera donc de 49 unités ;
καὶ ἔστιν ἢ ΒΔ μονάδων ιδ.	et ΒΔ est de 14 unités :
ἢ ἄρα ΔΕ ἔσται μονάδων γ<.	ΔΕ sera donc de 3 1/2 unités ;

ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΑΓ μονάδων ιδ·	mais en outre ΑΓ est de 14 unités :
τοῦ ἄρα ΑΕΓ τμήματος, ὃ ἐστὶν ἔλασσον ἡμικυκλίου, τὸ ἐμβαδὸν ἔσται μονάδων, ὡς ἐμάθομεν, λδ η΄.	l'aire du segment ΑΕΓ, lequel est plus petit qu'un demi-cercle, sera donc de 34 1/8 unités, comme nous l'avons appris.
καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΒΔ ἐστὶ μονάδων ιδ ἢ δὲ ΔΕ γ <΄, ἡ ἄρα ΒΕ διάμετρος ἔσται μονάδων ιζ <΄.	Et puisque d'une part ΒΔ est de 14 unités, d'autre part ΔΕ, 3 1/2, le diamètre ΒΕ sera donc de 17 1/2 unités :
τοῦ ἄρα κύκλου τὸ ἐμβαδὸν, ὡς ἐμάθομεν, ἔσται ςμ <΄ η΄.	l'aire du cercle sera donc de 240 1/2 1/8 – comme nous l'avons appris –,
ὣν τὸ τοῦ ΑΕΓ τμήματος ἐμβαδὸν ἐστὶ μονάδων λδ η΄.	dont l'aire du segment ΑΕΓ est de 34 1/8 unités.
λοιπὸν ἄρα τὸ τοῦ ΑΒΓ τμήματος ἐμβαδὸν ἔσται μονάδων ςς <΄.	L'aire du segment ΑΒΓ restant sera donc de 206 1/2 unités.

1c) Calcul avec le format stylistique d'une preuve et contenant des références géométriques systématiques, mais sans lettrage ou presque. Un exemple se trouve dans *Metrica* II.13 :

ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΖ ἐστὶ μονάδων ιδ καὶ ἔστιν ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ ἄρα διάμετρος ἐστὶ μονάδων κη·	Puisqu'en effet ΑΖ est de 14 unités et que c'est un rayon, le diamètre est donc de 28 unités ;
ὥστε ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου γίνεταί μονάδων πη·	de sorte qu'en résulte la circonférence du cercle de 88 unités ;
ἀπλωθεῖσα ἄρα ἡ σπεῖρα καὶ γενομένη ὡς κύλινδρος ἔξει τὸ μήκος μονάδων πη·	le tore déroulé et devenu comme un cylindre aura donc une longueur de 88 unités ;
καὶ ἔστιν ἡ διάμετρος τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου, τουτέστιν ἡ ΒΓ, μονάδων ιβ·	et le diamètre de la base du cylindre, c'est-à-dire ΒΓ, est de 12 unités ;
ὥστε τὸ στερεὸν τοῦ κυλίνδρου πάλιν θ' ἔχει δ ζ΄.	de sorte que le volume du cylindre est à nouveau 9956 4/7.

1d) Une intrusion du langage procédural (sect. suivante) dans un contexte strictement géométrique. Lisons la première occurrence en *El.* XII.10 :

τέμνοντες δὴ τὰς ὑπολειπομένας περιφερείας δίχα καὶ ἐπιζευγνύντες εὐθείας καὶ ἀνιστάντες ἐφ' ἐκάστου τῶν τριγώνων πρίσματα ἰσοῦψή τῷ κυλίνδρῳ καὶ τοῦτο ἀεὶ ποιοῦντες καταλείψομεν τινὰ ἀποτμήματα τοῦ κυλίνδρου, ἃ ἔσται ἐλάττονα τῆς ὑπεροχῆς, ἣ ὑπερέχει ὁ κύλινδρος τοῦ τριπλασίου τοῦ κώνου.

Alors coupant les arcs restants à moitié et joignant des droites et élevant sur chacun des triangles des prismes égaux en hauteur au cylindre et faisant ceci en succession nous laisserons certains segments du cylindre, qui seront plus petits que l'excès par lequel le cylindre excède le triple du cône.

2. Le langage des procédures

2a) Dans son traité Diophante *Sur les nombres polygones*, démontre la « formule » qui définit un nombre polygone P en fonction de son côté l et du nombre de ses angles v :

$$8P(v-2) + (v-4)^2 = (2 + (v-2)(2l-1))^2$$

Diophante explique ensuite comment trouver, le nombre des angles v et, par conséquent, l'espèce du polygone étant fixé, un nombre polygone P dont le côté l soit donné, et viceversa. La description est formulée à la première personne plurielle de l'indicatif futur.

En effet, prenant le côté du polygone, doublant toujours nous retrancherons une unité, et multipliant le reste par le <nombre> plus petit par une dyade que la multiplicité des angles [et] nous ajouterons toujours au résultat une dyade, et prenant le carré sur le résultat nous retrancherons de celui-ci le <carré> sur le <nombre> plus petit par une tétrade que la multiplicité des angles, et divisant le reste par l'octuple du <nombre> plus petit par une dyade que la multiplicité des angles nous trouverons le polygone cherché.

De nouveau, le polygone même étant donné, nous trouverons le côté ainsi : en effet, le multipliant par l'octuple du <nombre> plus petit par une dyade que la multiplicité des angles et ajoutant au résultat le carré sur le <nombre> plus petit par une tétrade que la multiplicité des angles nous trouverons un carré, si toutefois le <nombre> assigné est polygone, et retrancheant toujours une dyade du côté de ce carré nous diviserons le reste par le <nombre> plus petit par une dyade que la multiplicité des angles, et ajoutant au résultat une unité et prenant la moitié du résultat nous aurons le côté du polygone cherché.

Nous pouvons extraire les opérations correspondantes dans les deux algorithmes:

Procédure directe

prenant	doublant toujours	multipliant par	prenant le carré sur	divisant par
retrancherons		ajouterons toujours	retrancherons de	trouverons

Procédure inverse

multipliant par	ajoutant	retrancheant toujours du	ajoutant	prenant la moitié
trouverons		diviserons par	aurons	

Séparons la chaîne des opérations et la liste des objets :

En effet, prenant (1) doublant toujours (*) nous retrancherons (3) et multipliant (4) par (5) [et] nous ajouterons toujours (6) (7), et prenant le carré sur (8) nous retrancherons de (9) (10), et divisant (11) par (12) nous trouverons (13).

De nouveau, le polygone même étant donné, nous trouverons le côté ainsi : en effet, (13) multipliant par (12) et ajoutant (11) (10) nous trouverons (9), si toutefois le <nombre> assigné est polygone, et retrancheant toujours du (8) (7) nous diviserons (6) par (5), et ajoutant (4) (3) et prenant la moitié (2) nous aurons (1).

1	le côté du polygone	le côté du polygone cherché
2	*	du résultat
3	une unité	une unité
4	le reste	au résultat
5	le <nombre> plus petit par une dyade que la multiplicité des angles	le <nombre> plus petit par une dyade que la multiplicité des angles
6	au résultat	le reste
7	une dyade	une dyade
8	le résultat	côté de ce carré
9	celui-ci	un carré
10	le <carré> sur le <nombre> plus petit par une tétrade que la multiplicité des angles	le carré sur le <nombre> plus petit par une tétrade que la multiplicité des angles
11	le reste	au résultat
12	l'octuple du <nombre> plus petit par une dyade que la multiplicité des angles	l'octuple du <nombre> plus petit par une dyade que la multiplicité des angles
13	le polygone cherché	le

Des procédures bien développées comme celle ci-dessus ne se trouvent pas dans les *Metrica* ; nous en lisons un exemple assez long en I.26 :

καὶ ἀνάπαλιν δὲ, ἐὰν δοθῆ ἡ περίμετρος μονάδων μδ καὶ βουλόμεθα τὴν διάμετρον εὐρεῖν, ποιήσομεν τὰ μδ ἑπτάκις καὶ τῶν γενομένων τὸ κβ' λαβόντες ἔξομεν τὴν διάμετρον· ἔστι δὲ ιδ'.	Et inversement aussi, si le périmètre est donné de 44 unités et que nous voulions trouver le diamètre, nous ferons les 44 sept fois et, prenant le 22 ^e de ce qui en résulte, nous aurons le diamètre ; et c'est 14.
δείκνυσι δὲ ὁ αὐτὸς Ἀρχιμήδης ἐν τῇ τοῦ κύκλου μετρήσει ὅτι τὸ ὑπὸ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου διπλάσιόν ἐστι τοῦ κύκλου·	Et le même Archimède démontre dans <i>La mesure du cercle</i> , que le «rectangle contenu» par la circonférence du cercle et le rayon est double du cercle ;
ὥστε ἐὰν δοθῆ ἡ περίμετρος μονάδων μδ, λαβόντες τῆς διαμέτρου τὸ ἥμισυ· εἰσὶ δὲ μονάδες ζ'· πολλαπλασιάσομεν ἐπὶ τὰ μδ καὶ τῶν γενομένων τὸ ἥμισυ λαβόντες· εἰσὶ δὲ μονάδες ρνδ'· τοσοῦτου ἀποφανόμεθα τὸ ἔμβαδόν τοῦ κύκλου.	de sorte que, si le périmètre est donné de 44 unités, prenant la moitié du diamètre – et ce sont 7 unités – nous les multiplierons par les 44 et, prenant la moitié de ce qui en résulte – et ce sont 154 unités – nous déclarerons que l'aire du cercle est autant que cela.
ἐὰν δέη χωρίου τινὸς δοθέντος ἤτοι εὐθυγράμμου ἢ οἰουδηποῦν τούτῳ ἴσον κύκλον πορίσασθαι, λαβόντες τὸ ἔμβαδόν τοῦ χωρίου· ἔστω δὲ μονάδων ρνδ'· τούτων τὰ ιδ' ἐνδέκατα· ἃ γίγνεται ρϑς· καὶ τούτων πάλιν λαβόντες πλευράν· ἔστι δὲ μονάδων ιδ'· τοσοῦτου ἀποφανόμεθα τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον.	Et si, étant donné un certain domaine, ou bien rectiligne ou bien quelconque, il faut fournir un cercle égal à celui-ci, prenant l'aire du domaine – et qu'elle soit de 154 unités –, de ceux-ci, les 14 onzièmes, qui deviennent 196 ; et à nouveau de ceux-ci, prenant un côté – et il est de 14 unités –, nous déclarerons le diamètre du cercle autant que cela.

2b) La description est formulée de manière prescriptive : un seul δεῖ «il faudra» initial a dans son régime une séquence de phrases déclaratives conjointes, éventuellement accompagnées par des participes. Lisons-en un exemple extrait de *Metrica* II.18, où il est question de mesurer un icosaèdre :

δεήσει ἄρα τὰ ι ἐπὶ τὰ ργ ποιῆσαι καὶ τῶν γενομένων λαβεῖν τὸ ρκζ' καὶ ἔχειν τὴν τῆς πυραμίδος κάθετον· καὶ λαβόντα τὸ ἔμβαδόν τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἰσοπλεύρου καὶ εἰκοσάκι ποιήσαντα πολλαπλασιάσαι ἐπὶ τὴν εἰρημένην κάθετον καὶ τῶν γενομένων τὸ τρίτον λαβόντα ἀποφαίνεσθαι τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου στερεόν.

il faudra faire les 10 par les 93 et, de ce qui en résulte, prendre le 127^e, et avoir «ainsi» la perpendiculaire de la pyramide et, en prenant la surface du triangle équilatéral ΑΒΓ et en la faisant 20 fois, la multiplier par ladite perpendiculaire et, en prenant le tiers de ce qui en résulte, déclarer le volume de l'icosaèdre.

Si nous excluons la valeur 10 du côté de l'icosaèdre, la prescription contient seulement des paramètres fixes.

Une procédure seulement métaprescriptive et sans des données numériques se trouve en *Metrica* II.10, où nous trouvons la description d'une opération géométrique et des renvois a des procédés généraux de mesure :

δεήσει ἄρα ποιῆσαι ὡς τὴν ΔΕ διάμετρον πρὸς τὴν ΖΗ, προστεθείσης τῇ ΑΒ τῆς ΑΓ, τὴν ΒΓ πρὸς ΓΑ·	il faudra donc faire que comme le diamètre ΔΕ est relativement à ΖΗ, ΒΓ le soit relativement à ΓΑ, ΑΓ ayant été ajouté à ΑΒ ;
καὶ διελόντι ὡς ἡ τῶν ΔΕ ΖΗ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν ΖΗ ἢ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ· [...]	et, par séparation, comme l'excès des ΔΕ, ΖΗ relativement à ΖΗ, «ainsi est» ΒΑ relativement à ΑΓ ; [...]
καὶ μετρήσαι τὸν κώνον οὐ βάσις μὲν ὁ περὶ τὸ Β κέντρον κύκλος κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον, καὶ ἀπὸ τούτου ἀφελεῖν τὸν κώνον οὐ βάσις μὲν ὁ περὶ τὸ Α κέντρον κύκλος κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον·	et mesurer le cône, dont d'une part la base est le cercle autour du centre Β, d'autre part le sommet, le point Γ, et retrancher de celui-ci le cône dont d'une part la base est le cercle autour du centre Α, d'autre part le sommet, le point Γ ;
καὶ λοιπὸν ἀποφαίνεσθαι τὸ στερεὸν τοῦ κολούρου κώνου :	et déclarer le reste comme le volume du cône tronqué.

2c) La troisième espèce est une contamination de la précédente et de la première de la prochaine section ; lisons *Metrica* I.2:

τὰ μὲν γ ἐπὶ τὰ δ ποιήσαντα λαβεῖν τὸ ἥμισυ τούτων· γίνεται ς. τοσούτων τὸ ἔμβαδὸν τοῦ τριγώνου.	en faisant les 3 par les 4, prendre la moitié de ceux-ci ; il en résulte 6. Autant que cela est l'aire du triangle.
καὶ τὴν ὑποτείνουσαν τὰ γ ἐφ' ἑαυτὰ ποιήσαντα καὶ ὁμοίως τὰ δ ἐφ' ἑαυτὰ ποιήσαντα συνθεῖναι· καὶ γίνονται κε·	Et l'hypoténuse : en faisant les 3 par eux-mêmes et, semblablement, en faisant les 4 par eux-mêmes, ajouter ; et en résultent 25 ;
καὶ τούτων πλευρὰν λαβόντα ἔχειν τοῦ τριγώνου τὴν ὑποτείνουσαν.	et, en prenant un côté de ceux-ci, avoir l'hypoténuse du triangle.

Le flux procédural est ici entremêlé de renvois au résultat, qui sont à l'indicatif.

Dans chacune des ces espèces, la généralité d'un passage, en particulier s'il contient un paramètre fixe, peut être signalée par des adverbes : ἀεί « toujours », καθόλου / καθολικῶς « en général ». Ces adverbes sont rares dans les *Metrica*, plus fréquents dans les compilations tardives du *corpus* du métrologique.

Un exemple montre que le langage des procédures est un trait stylistique marquant. Lisons, dans *Metrica* II.20, la description d'une méthode pour mesurer le volume d'un solide irrégulier :

ἐὰν γὰρ προσπλασθῆ τὸ ἄτακτον σῶμα κηρῷ ἢ πηλῷ ὥστε γενέσθαι ἀποκρυβέν πάντη ὀρθογώνιον καὶ τοῦτο μετρήσαντες ἀφέλωμεν τὸν πηλὸν καὶ ὀρθογώνιον πλάσαντες ἐκμετρήσωμεν καὶ ἀφέλωμεν ἀπὸ τοῦ πρότερον μετρηθέντος τὸ καταλειπόμενον, ἀποφανούμεθα τὸ τοῦ σώματος στερεόν·

car si le corps irrégulier est susceptible d'être augmenté par de la cire ou de l'argile de sorte qu'enveloppé, il devienne orthogonal de tous côtés, et, qu'ayant mesuré cela, nous retirons l'argile et, façonnant un « corps » orthogonal, nous «le» mesurons et que nous retranchons ce qui reste du premier «corps» mesuré, nous déclarerons le volume du corps ;

3. Le langage des algorithmes

Ce sont les procédés qui caractérisent les *Metrica*. On en reconnaît trois espèces, qui peuvent aussi donner lieu à des hybrides.

3a) La procédure est formulée de manière prescriptive, à la deuxième personne singulière de l'impératif ; le ton est donc interlocutif, mais cette connotation est seulement un trait stylistique. Tous les passages ne sont pas exprimés de façon prescriptive : la forme verbale qui identifie le résultat se réfère à l'objet obtenu. Un exemple paradigmatique en sont les deux célèbres algorithmes qui ouvrent *Metrica* I.8 (la courte prescription finale du deuxième algorithme est de la forme 2a) ; Héron appelle le premier μέθοδος et déclare qu'il s'agit d'une « synthèse ». Pour apprécier le jeu des variantes nous lisons aussi la reprise du premier algorithme à la fin de la proposition :

οἷον ἔστωσαν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ μονάδων ζ η θ.	Par exemple, que les côtés du triangle soient de 7, 8, 9 unités.
σύνθες τὰ ζ καὶ τὰ η καὶ τὰ θ· γίνεται κδ·	Compose les 7 et les 8 et les 9 : il en résulte 24 ;
τούτων λαβὲ τὸ ἥμισυ· γίνεται ιβ·	de ceux-ci prends la moitié : il en résulte 12 ;
ἄφελε τὰς ζ μονάδας· λοιπαὶ ε·	retranche les 7 unités : 5 restantes.
πάλιν ἄφελε ἀπὸ τῶν ιβ τὰς η· λοιπαὶ δ·	A nouveau, des 12, retranche les 8 : 4 restantes ;
καὶ ἔτι τὰς θ· λοιπαὶ γ·	et encore les 9 : 3 restantes.

ποιήσον τὰ ιβ ἐπὶ τὰ ε· γίνονται ξ·	Fais les 12 par les 5 : en résultent 60 ;
ταῦτα ἐπὶ τὰ δ· γίνονται σμ·	ceux-ci par les 4 : en résultent 240 ;
ταῦτα ἐπὶ τὰ γ· γίνονται ψκ·	ceux-ci par les 3 : il en résulte 720 ;
τούτων λαβὲ πλευρὰν καὶ ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου.	de ceux-ci prends un côté et ce sera l'aire du triangle.

ἐπεὶ ὁ συνεγγίζων τῷ ψκ τετράγωνός ἐστιν ὁ ψκθ καὶ πλευρὰν ἔχει τὸν κζ, μέρισον τὰς ψκ εἰς τὸν κζ· γίνονται κς καὶ τρίτα δύο·	Puisque le carré le plus proche de 720 est 729 et qu'il a 27 comme côté, divise les 720 par le 27 : il en résulte 26 et deux tiers ;
πρόσθες τὰς κζ· γίνονται ιγ τρίτα δύο·	ajoute les 27 : il en résulte 53 et deux tiers ;
τούτων τὸ ἥμισυ· γίνονται κς < γ·	de ceux-ci, la moitié : il en résulte 26 1/2 1/3 ;
ἔσται ἄρα τοῦ ψκ ἡ πλευρὰ ἔγγιστα τὰ κς < γ·	le côté approché de 720 sera donc 26 1/2 1/3.
τὰ γὰρ κς < γ' ἐφ' ἑαυτά· γίνονται ψκ λς·	En effet, 26 1/2 1/3 par eux-mêmes : il en résulte 720 1/36 ;
ὥστε τὸ διάφορον μονάδος ἐστὶ μόριον λς·	de sorte que la différence est une 36e part d'unité.
ἐὰν δὲ βουλόμεθα ἐν ἐλάσσονι μορίῳ τοῦ λς' τὴν διαφορὰν γίνεσθαι, ἀντὶ τοῦ ψκθ τάξομεν τὰ νῦν εὑρεθέντα ψκ καὶ λς' καὶ ταῦτα ποιήσαντες εὐρήσομεν πολλῶ ἐλάττονα τοῦ λς' τὴν διαφορὰν γιγνομένην.	Et si nous voulons que la différence se produise par une part plus petite que 1/36, au lieu de 729, nous placerons les 720 et 1/36 maintenant trouvés, et, en faisant les mêmes choses, nous trouverons qu'il en résulte une différence inférieure, de beaucoup, à 1/36.

ἔστω ἡ μὲν ΑΒ μονάδων ιγ ἡ δὲ ΒΓ μονάδων ιδ ἡ δὲ ΑΓ μονάδων ιε.	soit d'une part AB de 13 unités, d'autre part ΒΓ de 14 unités et ΑΓ de 15 unités.
σύνθες τὰ ιγ καὶ ιδ καὶ ιε· καὶ γίνονται μβ·	Compose les 13 et 14 et 15 : et il en résulte 42 ;
ὧν ἡμισυ· γίνονται κα·	de ceux-ci, la moitié : il en résulte 21 ;
ὑφέλε τὰς ιγ· λοιπαὶ η·	soustrais les 13 : 8 restantes ;
εἶτα τὰς ιδ· λοιπαὶ ζ·	ensuite les 14 : 7 restantes ;
καὶ ἔτι τὰς ιε· λοιπαὶ ς.	et encore les 15 : 6 restantes.
τὰ κα ἐπὶ τὰ η·	Les 21 par les 8
καὶ τὰ γενόμενα ἐπὶ τὸν ζ·	et ce qui en résulte par les 7,
καὶ ἔτι τὰ γενόμενα ἐπὶ τὸν ς·	et encore ce qui en résulte par les 6 :
συνάγονται ζς·	7056 sont rassemblées ;
τούτων πλευρὰ πδ. τοσοῦτου ἔσται τοῦ τριγώνου τὸ ἐμβαδόν.	de ceux-ci, un côté : 84. Autant que cela sera l'aire du triangle.

Séparons encore la chaîne des opérations et la liste des objets :

Compose	prends la moitié	retranche	à nouveau, des [...], retranche	et encore	fais [...] par	par	par	prends un côté	
il en résulte	il en résulte	restantes	restantes	restantes	en résultent	en résultent	il en résulte		et ce sera

Par exemple, que les côtés du triangle soient de (1) (2) (3) unités. Compose (1) et (2) et (3) : il en résulte (4) ; (4) prends la moitié : il en résulte (5) ; retranche les (1) : (6) restantes. A nouveau, des (5), retranche (2) : (7) restantes ; et encore (3) : (8) restantes. Fais (5) par (6) : en résultent (9) ; (9) par (7) : en résultent (10) ; (10) par les (8) : il en résulte (11) ; (11) prends un côté et ce sera l'aire du triangle.

1	2	3	4	5	6
[(les)] 7 [unités]	[(les)] 8	[(les)] 9	24 (de ceux-ci)	(les) 12	(les) 5
7	8	9	10	11	
(les) 4	(les) 3	60 (ceux-ci)	240 (ceux-ci)	720 (de ceux-ci)	

3b) L'algorithme contient des références à des objets géométriques, mais garde les modes et temps verbaux caractéristiques de l'espèce 3a ; un exemple en est *Metrica* III.4 :

ἔστω γὰρ ἡ μὲν AB μονάδων ιγ ἡ δὲ ΒΓ μονάδων ιδ ἡ δε ΓΑ μονάδων ιε <	Soit en effet d'une part AB de 13 unités, d'autre part ΒΓ de 14 unités et ΓΑ de 15 unités <
ἔσται ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον μονάδων πδ>. ἔστω δὲ καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον μονάδων κδ>.	le triangle ΑΒΓ sera donc de 84 unités>. Mais en outre que le triangle ΔΕΖ soit de 24 unités ;
λοιπὰ ἄρα τὰ ΑΔΕ ΔΒΖ ΕΖΓ τρίγωνα ἔσται ἀνὰ μονάδων κ.	les triangles ΑΔΕ, ΔΒΖ, ΕΖΓ restants seront donc chacun de 20 unités.
πολλαπλασίασον τὰ πδ ἐπὶ τὰ κ· γίνεται ,αχπ·	Multiplie les 84 par les 20 : il en résulte 1680.
ταῦτα τετράκι· γίνεται ,ςψκ.	Ceux-ci, quatre fois : il en résulte 6720.
καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΗ κάθετός ἐστι μονάδων ιβ, ἐφ' ἑαυτά· γίνεται ρμδ·	Et puisque la perpendiculaire ΑΗ est de 12 unités, <multiplie-les> par eux-mêmes : il en résulte 144 ;
μέρισον τὰ ,ςψκ παρὰ τὸν ρμδ· γίνεται μς β γ'.	divise les 6720 par le 144 : il en résulte 46 <2/3> ;
καὶ ἔστιν ἡ ΒΓ μονάδων ιδ· ἔσται ἄρα καὶ ἡ μὲν ΒΖ ὡς ἔγγιστα μονάδων η < καὶ ἡ ΖΓ μονάδων ε <.	et ΒΓ est de 14 unités : ΒΖ sera donc, à très peu près, de 8 unités <1/2> et ΖΓ de 5 unités 1/2.
καὶ ποίησον ὡς τὰ ιδ πρὸς τὰ ε < οὔτω τὰ ιε πρὸς ἄλλον τινά· γίνεται μονάδων ε κε κη'.	Et fais que comme sont les 14 relativement aux 5 1/2, ainsi soient les 15 relativement à un certain autre <nombre> : il en résulte 5 unités 25/28.
πάλιν ὡς τὰ ιδ πρὸς τὰ ε < οὔτω τὰ ιγ πρὸς ἄλλον τινά· γίνεται πρὸς μονάδας ε καὶ γ κη'.	A nouveau, fais que comme sont les 14 relativement aux 5 1/2, ainsi soient les 13 relativement à un certain autre <nombre> : il en résulte que c'est relativement à 5 unités et 3/28 ;
γίνεται ἡ ΒΔ μονάδων ε καὶ γ κη' :—	il en résulte ΒΔ de 5 unités et 3/28.

3c) L'algorithme est formulé à la première personne singulière ou plurielle de l'indicatif présent ou futur. Lisons un exemple qui est édité en *Stereom*. I.16, où il est question de mesurer un cône tronqué à partir des diamètres de base et de la hauteur ; le texte mélange les registres interlocutif et personnel :

ἔστω ἡ διάμετρος τοῦ μείζονος κύκλου ποδῶν ς τοῦ δὲ ἐλάττονος ποδῶν β ἡ δὲ κάθετος ποδῶν δ. ποιῶ οὕτως· τὰ ς ἐφ' ἑαυτά· γίνονται λς· καὶ τὰ β ἐφ' ἑαυτά· γίνονται δ· ὁμοῦ μ. καὶ τὰ ς ἐπολυπλασίασα ἐπὶ τὰ β· γίνονται ιβ· καὶ ταῦτα προσέθηκα τοῖς μ· γίνονται νβ· ταῦτα τετράκις, τουτέστιν ἐπὶ τὴν κάθετον· γίνονται ση· ποίησον ἑνδεκάκις· γίνονται ,βσπη· τούτων τὸ μβ' γίνονται νδ καὶ κ μβ' μβ', τουτέστι νδ γ' ζ'. τοσοῦτου ἔστιν ἄρα τὸ στερεόν.

Soit le diamètre du cercle plus grand de 6 pieds, du plus petit de 2 pieds, la hauteur de 4 pieds. Je fais de la façon suivante ; les 6 par eux-mêmes : il en résulte 36 ; et les 2 par eux-mêmes : il en résulte 4 ; ensemble 40. Et j'ai multiplié les 6 par les 2 : il en résulte 12 ; et j'ai ajouté ceux-ci aux 40 : il en résulte 52 ; ceux-ci quatre fois, c'est-à-dire par la hauteur : il en résulte 208 ; fais onze fois : il en résulte 2288 ; de ceux-ci, 1/42 : il en résulte 54 et 20/42, c'est-à-dire 54 1/3 1/7. Autant que cela est donc le volume.

4. Validation

La validation d'un calcul par une chaîne de données est réalisée grâce à certains définitions et théorèmes des *Data*, auxquels correspond une opération sur les valeurs numériques assignées aux grandeurs données. Dans la colonne de droite, les signes *a* et *b* dénotent des grandeurs ayant une valeur numérique explicitement exprimée, la flèche sépare les *input* de l'*output* de l'opération.

Proposition des <i>Data</i>	Opération
def. 1, 2. Sont dits donnés de grandeur des domaines, des lignes et des angles pour lesquels nous pouvons produire des égaux. Est dit être donné un rapport pour lequel nous pouvons produire le même.	$a, a = b \rightarrow b$

1. Le rapport mutuel de grandeurs données est donné.	$a, b \rightarrow a : b$
2. Si une grandeur donnée a un rapport donné relativement à une autre grandeur, celle-ci est aussi donnée de grandeur.	$a, a : b \rightarrow b$
3. Si autant de grandeurs données que nous voulons sont composées, celle qui est composée à partir d'elles sera aussi donnée.	$a, b \rightarrow a + b$
4. Si une grandeur donnée est retranchée d'une grandeur donnée, celle qui reste sera donnée.	$a, b \rightarrow a - b$
5. Si une grandeur a un rapport donné relativement à une de ses parties, elle aura aussi un rapport donné relativement à celle qui reste.	$a : b \rightarrow a : (a - b)$
6. Si deux grandeurs ayant un rapport mutuel donné sont composées, le tout aura aussi un rapport donné relativement à chacune des deux.	$a : b \rightarrow (a + b) : a,$ $a : b \rightarrow (a + b) : b$
52. Si une forme, donnée de forme, est décrite sur une droite donnée de grandeur, ce qui est décrit est donné de grandeur.	$a \rightarrow q(a)$
55. Si un domaine est donné de forme et de grandeur, ses côtés seront aussi donnés de grandeur.	$q(a) \rightarrow a$
85. Si deux droites contiennent un domaine donné dans un angle donné, et que l'une avec l'autre est donnée, chacune des deux sera aussi donnée.	$ab, a + b \rightarrow a, b$

Lisons en parallèle la chaîne de données qui fournit la validation et la synthèse numérique de *Metr.* I.14 ; on doit déterminer l'aire d'un quadrilatère $\tau\delta$ $AB\Gamma\Delta$ ayant un angle droit en $\tau\delta$ Γ , aucune paire de côtés parallèles, et des côtés donnés : η AB de 13 unités, η $B\Gamma$ de 10, η $\Gamma\Delta$ de 20, η ΔA de 17.

Puisque chacune des deux $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ est donnée et que l'angle en Γ est droit, le triangle $B\Gamma\Delta$ est donc donné.	Les 10 par les 20 : il en résulte 200 ; et de ceux-ci, la moitié : il en résulte 100.
Et encore le «carré» sur $B\Delta$ sera donné	Et, à nouveau, les 10 par eux-mêmes : il en résulte 100. Et les 20 par eux-mêmes : il en résulte 400 ; ajoute : il en résulte 500.
– car il est de 500 unités – ;	
mais aussi le «carré» sur AB est donné :	Et les 13 par eux-mêmes : il en résulte 169 ;
donnés sont donc ceux sur AB , $B\Delta$;	ceux-ci avec les 500 : il en résulte 669 ;
et ils sont plus grands que celui sur AA ; l'angle $AB\Delta$ est donc aigu :	
les «carrés» sur AB , $B\Delta$ sont donc plus grands que celui sur AA par deux fois le «rectangle contenu» par ΔB , BE ;	
deux fois le «rectangle contenu» par ΔB , BE est donc donné ;	retranche les 17 par eux-mêmes : 380 restants ;
de sorte aussi qu'une fois le «rectangle contenu» par ΔB , BE est donné ;	de ceux-ci, la moitié : il en résulte 190 ;
et c'est un côté du «carré» sur $B\Delta$ par celui sur BE ;	
le «carré» sur $B\Delta$ par celui sur BE est donc aussi donné ;	ceux-ci par eux-mêmes : il en résulte 36 100 ;
or celui sur $B\Delta$ est donné ; celui sur BE est donc aussi donné ;	ceux-ci appliqués aux 500 : il en résulte 72 1/5 ;
mais aussi celui sur EA	retranche ceux-ci des 169 : en résultent 96 1/2 1/5 1/10 restants ;
par celui sur $B\Delta$;	ceux-ci par le 500 : il en résulte 48 400 ;
et son côté est le «rectangle contenu» par $B\Delta$, AE ;	
le «rectangle contenu» par $B\Delta$, AE est donc aussi donné ;	de ceux-ci, un côté : il en résulte 220 ;
et il est double du triangle $AB\Delta$;	
le triangle $AB\Delta$ est donc aussi donné ;	de ceux-ci la moitié : il en résulte 110 ; autant que cela sera l'aire de $AB\Delta$;
mais $B\Gamma\Delta$ aussi :	Mais aussi l'«aire» de $B\Gamma\Delta$ est de 100 unités :
de sorte aussi que le quadrilatère $AB\Gamma\Delta$ tout entier sera donné.	l'aire du quadrilatère $AB\Gamma\Delta$ sera donc de 210.